МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
[Полное название вуза]

Финансово-экономический факультет
Кафедра финансов и кредита

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине «Финансовая математика»

на тему: «Наращение и дисконтирование, потребительский кредит и оценка инвестиционного проекта»

Вариант 9

Направление подготовки 38.03.01 Экономика, профиль «Финансы и кредит»

Выполнил(а): студент гр. ____

_____ / И. О. Фамилия

Проверил(а): _____

_____ / И. О. Фамилия

[Город] 2026

Пример работы, выполненной в Универ AI · univerai.ru

СОДЕРЖАНИЕ

1. Теоретическая часть.....3
1.1 Простые и сложные проценты, номинальная и эффективная ставки….3
1.2 Полная стоимость потребительского кредита.....5
1.3 Показатели эффективности инвестиционного проекта.....7
2. Практическая часть.....8
2.1 Задание 1. Наращение вклада.....8
2.2 Задание 2. График погашения аннуитетного кредита и ПСК.....9
2.3 Задание 3. Оценка инвестиционного проекта.....11
2.4 Задание 4. Учёт векселя.....12
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....13

1. Теоретическая часть

1.1 Простые и сложные проценты, номинальная и эффективная ставки

Финансовая математика начинается с простого наблюдения: рубль сегодня и рубль через год — разные суммы. Сегодняшний рубль можно положить на вклад или вложить в дело, и к концу года он превратится в большую сумму. Поэтому сравнивать платежи, относящиеся к разным моментам времени, можно только после приведения их к одной дате. Приведение к будущей дате называют наращением, к более ранней — дисконтированием [1].

При начислении простых процентов база не меняется: проценты каждый раз начисляются на первоначальную сумму P. Наращенная сумма линейно зависит от срока:

$$S = P(1 + ni), \tag{1}$$

где S — наращенная сумма; P — первоначальная сумма; i — годовая процентная ставка в долях единицы; n — срок в годах.

Если срок меньше года и измеряется в днях, n = t/K, где t — число дней, K — временная база. При K = 365 говорят о точных процентах, при K = 360 — об обыкновенных, или коммерческих. Простые проценты применяют главным образом в краткосрочных операциях, например при начислении процентов по вкладу без капитализации или по краткосрочному займу.

При сложных процентах начисленные проценты присоединяются к основной сумме, и в следующем периоде проценты начисляются уже на возросшую базу. Рост становится экспоненциальным:

$$S = P(1 + i)^n, \qquad S = P\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{mn}. \tag{2}$$

где j — номинальная годовая ставка; m — число начислений процентов в году.

Для срока больше года сложные проценты дают больше простых, для срока меньше года — меньше, при n = 1 результаты совпадают. На длинных сроках разница огромна. Удвоение суммы под 12 % годовых при сложных процентах занимает ln 2/ln 1,12 ≈ 6,1 года, тогда как при простых процентах понадобится 1/0,12 ≈ 8,3 года. Банкиры для быстрой прикидки пользуются «правилом 72»: срок удвоения в годах примерно равен 72, делённому на ставку в процентах. Для 12 % правило даёт 6 лет [2].

Номинальная ставка, объявленная банком, при ежемесячной капитализации не совпадает с фактической доходностью вклада за год. Чтобы сравнивать предложения с разной частотой начислений, используют эффективную ставку — годовую ставку сложных процентов, дающую тот же результат, что и номинальная ставка j при m начислениях в году [1]:

$$i_{эф} = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{m} - 1. \tag{3}$$

При j = 12 % и ежемесячной капитализации эффективная ставка равна 12,68 %, при ежеквартальной — 12,55 %. С ростом m она стремится к пределу e^j − 1 = 12,75 %, что соответствует непрерывному начислению процентов с силой роста δ = j.

Дисконтирование бывает двух видов. Математическое дисконтирование решает обратную задачу наращения: P = S/(1 + ni) или P = S/(1 + i)^{n}. Банковский учёт применяют при покупке векселей до срока погашения. Дисконт здесь рассчитывают от суммы погашения по учётной ставке d, и P = S(1 − nd). Учётная ставка измеряет доход относительно конечной суммы, процентная — относительно начальной. Поэтому при одном и том же числовом значении учётная ставка выгоднее для покупателя векселя. Эквивалентные ставки связаны соотношением i = d/(1 − nd), которое используется в задании 2.4.

Все эти формулы работают с номинальными деньгами. Покупательная способность рубля за время операции падает, и реальную доходность вклада находят по формуле Фишера:

$$r = \frac{i - \pi}{1 + \pi}, \tag{4}$$

где r — реальная ставка; i — номинальная ставка; π — темп инфляции за тот же период.

По данным Банка России, инфляция в 2025 году составила 5,6 % против 9,5 % в 2024 году [3]. Вклад под 12 % годовых, открытый в начале 2025 года, принёс вкладчику реальную доходность (0,12 − 0,056)/1,056 ≈ 6,1 %, а не 12 %. Приближённая формула r ≈ i − π даёт 6,4 % и при высокой инфляции заметно завышает результат. По сути это правило И. Фишера: на каждый процентный пункт ожидаемого обесценения денег денежная ставка должна быть выше реальной на один пункт [4].

1.2 Полная стоимость потребительского кредита

Процентная ставка по кредиту не всегда отражает, во что заёмщику обойдётся долг. К процентам могут добавляться комиссии за выдачу, плата за страхование, услуги, без которых кредит не выдают. Чтобы заёмщик мог сравнивать предложения разных банков, Федеральный закон от 21.12.2013 № 353-ФЗ «О потребительском кредите (займе)» ввёл обязательный показатель — полную стоимость кредита, ПСК [5].

Согласно статье 6 закона, ПСК определяется одновременно в процентах годовых и в денежном выражении. Обе величины размещаются в квадратных рамках в правом верхнем углу первой страницы договора, перед таблицей индивидуальных условий, и каждая рамка должна занимать не менее 5 % площади страницы. Это требование появилось потому, что заёмщики подписывали договоры, не замечая мелкого шрифта.

Процентное выражение ПСК рассчитывается по формуле

$$ПСК = i \cdot ЧБП \cdot 100, \tag{5}$$

где ЧБП — число базовых периодов в календарном году (для ежемесячных платежей базовый период — месяц, ЧБП = 12); i — процентная ставка базового периода в десятичной форме.

Ставку i находят как корень уравнения, приравнивающего к нулю сумму всех дисконтированных денежных потоков по договору: выдачи кредита со знаком минус и платежей заёмщика со знаком плюс [5]:

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{ДП_k}{(1 + e_k i)(1 + i)^{q_k}} = 0. \tag{6}$$

где $ДП_k$ — сумма k-го денежного потока; q_k — число полных базовых периодов с момента выдачи кредита до k-го потока; e_k — срок от окончания q_k-го периода до k-го потока в долях базового периода; m — число потоков.

По сути, ПСК — внутренняя норма доходности кредита с точки зрения банка, только пересчитанная в годовую ставку не по сложным процентам, а умножением на число периодов. Если в договоре нет комиссий и платежи вносятся строго через месяц, ПСК совпадает с номинальной ставкой. Если комиссия есть, ПСК окажется выше. Например, при единовременной комиссии 1 % от суммы кредита ставка по аннуитетному кредиту на год под 18 % превращается в ПСК около 19,94 % (расчёт приведён в задании 2.2).

Закон не только требует раскрывать ПСК, но и ограничивает её. По части 11 статьи 6 на момент заключения договора ПСК не может превышать меньшую из двух величин: 292 % годовых или среднерыночное значение для соответствующей категории кредитов, рассчитываемое Банком России, увеличенное на одну треть [5]. Среднерыночные значения Банк России публикует ежеквартально, отдельно для кредитов наличными, по картам, автокредитов и микрозаймов.

Платёж по кредиту чаще всего аннуитетный, то есть одинаковый в течение всего срока. Его величина следует из условия, что приведённая стоимость всех платежей равна сумме кредита:

$$A = S \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}, \tag{7}$$

где A — ежемесячный платёж; S — сумма кредита; i — месячная ставка; n — число платежей.

В начале срока аннуитетный платёж почти целиком уходит на проценты, а погашение основного долга растёт от месяца к месяцу. При дифференцированных платежах долг гасится равными частями, первые платежи больше, но общая переплата меньше, но общая переплата меньше [2]. Обе схемы видны в задании 2.2.

1.3 Показатели эффективности инвестиционного проекта

Инвестиционный проект — это поток платежей: сначала вложения, затем притоки денег от работы проекта. Оценивать его простой суммой притоков неверно, потому что деньги, полученные через четыре года, стоят меньше сегодняшних. В России методика оценки закреплена в Методических рекомендациях по оценке эффективности инвестиционных проектов, утверждённых Минэкономики, Минфином и Госстроем 21 июня 1999 года № ВК 477 [6]. Рекомендации используют показатели, принятые и в мировой практике.

Главный показатель — чистый дисконтированный доход ЧДД (NPV). Это сумма дисконтированных денежных потоков за весь срок проекта, включая начальные вложения:

$$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1 + r)^t}, \tag{8}$$

где I_0 — начальные инвестиции; CF_t — чистый денежный поток года t; r — ставка дисконтирования; T — срок проекта.

Проект выгоден, если NPV > 0: он окупает вложения и даёт доходность выше требуемой ставки r. Ставка дисконтирования отражает альтернативную стоимость капитала: инвестор, вкладывающий в проект, отказывается от

размещения денег под безрисковую ставку, ориентиром для которой служит доходность государственных облигаций и ключевая ставка Банка России. На 22 октября 2026 года ключевая ставка составляла 14,00 % годовых [7]. К безрисковой доходности добавляют премию за риск конкретного проекта [8].

Индекс доходности PI равен отношению суммы дисконтированных притоков к инвестициям. При PI > 1 проект эффективен, и этот показатель удобен для выбора из нескольких проектов при ограниченном бюджете. Внутренняя норма доходности IRR — ставка дисконтирования, при которой NPV = 0. Её сравнивают со стоимостью капитала: если IRR больше, проект принимается. У этого правила есть ловушки: если знак потоков меняется несколько раз, корней может быть несколько, а при выборе из взаимоисключающих проектов IRR и NPV способны дать разный ответ [9]. Аналитической формулы для IRR в общем случае нет, её находят подбором или численными методами.

Срок окупаемости показывает, за сколько лет накопленный денежный поток покроет вложения. Простой срок окупаемости не учитывает ценность денег во времени, поэтому рекомендации и учебники предпочитают дисконтированный срок окупаемости. У срока окупаемости есть и общий недостаток: он не замечает денежных потоков после момента окупаемости. Поэтому решение принимают по совокупности показателей, а NPV остаётся основным критерием [8]. Все четыре показателя рассчитаны в задании 2.3.

2. Практическая часть

2.1 Задание 1. Наращение вклада

Условие. Вкладчик размещает 500 000 руб. на 2 года под 12 % годовых. Найти наращенную сумму при начислении простых процентов, сложных процентов с ежегодной, ежеквартальной и ежемесячной капитализацией. Рассчитать эффективную ставку при ежемесячной капитализации.

Решение. При простых процентах по формуле (1):

$$S = 500\,000 \cdot (1 + 2 \cdot 0{,}12) = 620\,000 \text{ руб.}$$

При ежегодной капитализации по формуле (2) S = 500 000 · 1,12² = 627 200 руб. При ежеквартальной капитализации проценты начисляются 8 раз по ставке 3 %, при ежемесячной 24 раза по 1 %:

$$S_{кв} = 500\,000 \cdot 1{,}03^{8} = 633\,385{,}04 \text{ руб.},$$

$$S_{мес} = 500\,000 \cdot 1{,}01^{24} = 634\,867{,}32 \text{ руб.}$$

Эффективная ставка при ежемесячной капитализации по формуле (3):

$$i_{эф} = 1{,}01^{12} - 1 = 0{,}1268, \text{ то есть } 12{,}68\ \%.$$

Проверка: 500 000 · 1,1268² ≈ 634 867 руб., что совпадает с результатом ежемесячной капитализации. Ежемесячная капитализация принесла вкладчику на 14 867,32 руб. больше, чем простые проценты, и на 7 667,32 руб. больше, чем ежегодная.

Ответ: 620 000 руб. (простые проценты); 627 200 руб.; 633 385,04 руб.; 634 867,32 руб.; эффективная ставка 12,68 %.

2.2 Задание 2. График погашения аннуитетного кредита и ПСК

Условие. Банк выдаёт потребительский кредит 600 000 руб. на 12 месяцев под 18 % годовых с ежемесячными аннуитетными платежами. Составить график погашения, найти переплату и сравнить её с переплатой при дифференцированных платежах. Определить ПСК, если при выдаче кредита удерживается комиссия 1 % от суммы.

Решение. Месячная ставка i = 0,18/12 = 0,015. Платёж по формуле (7):

$$A = 600\,000 \cdot \frac{0{,}015}{1 - 1{,}015^{-12}} = 55\,008{,}00 \text{ руб.}$$

Проценты за месяц начисляются на остаток долга: в первом месяце 600 000 · 0,015 = 9 000 руб., на погашение долга идёт 55 008 − 9 000 = 46 008 руб. Дальше расчёт повторяется, последний платёж скорректирован на копейки округления.

Таблица 1 – График погашения аннуитетного кредита, руб.

Месяц	Платёж	Проценты	Погашение долга	Остаток долга
1	55 008,00	9 000,00	46 008,00	553 992,00
2	55 008,00	8 309,88	46 698,12	507 293,88
3	55 008,00	7 609,41	47 398,59	459 895,29
4	55 008,00	6 898,43	48 109,57	411 785,72
5	55 008,00	6 176,79	48 831,21	362 954,51
6	55 008,00	5 444,32	49 563,68	313 390,83
7	55 008,00	4 700,86	50 307,14	263 083,69
8	55 008,00	3 946,26	51 061,74	212 021,95
9	55 008,00	3 180,33	51 827,67	160 194,28
10	55 008,00	2 402,91	52 605,09	107 589,19
11	55 008,00	1 613,84	53 394,16	54 195,03
12	55 007,96	812,93	54 195,03	0,00
Итого	660 095,96	60 095,96	600 000,00	–

Переплата по аннуитетной схеме равна 60 095,96 руб. При дифференцированных платежах долг гасится по 50 000 руб. в месяц, проценты начисляются на убывающий остаток, и их сумма равна 0,015 · 50 000 · (12 + 11 + … + 1) = 750 · 78 = 58 500 руб. Первый дифференцированный платёж 59 000 руб. больше аннуитетного, последний 50 750 руб. меньше.

Теперь ПСК. Без комиссии платежи вносятся строго раз в месяц, и ставка базового периода совпадает с месячной ставкой договора: ПСК = 0,015 · 12 · 100 = 18 % годовых. С комиссией заёмщик фактически получает 600 000 − 6 000 = 594 000 руб., а платит те же 12 платежей. Ставку i находим из уравнения (6) с $e_k = 0$ и $q_k = k$ подбором (методом деления отрезка пополам):

$$594\,000 = \sum_{k=1}^{12} \frac{ДП_k}{(1+i)^k} \Rightarrow i = 0{,}016617, \quad ПСК = 19{,}94\ \%.$$

В денежном выражении ПСК равна сумме всех платежей заёмщика сверх полученного кредита: 60 095,96 + 6 000 = 66 095,96 руб. Комиссия в 1 % добавила к стоимости кредита почти два процентных пункта годовых. Так происходит потому, что заёмщик платит её сразу, а пользуется деньгами всего год.

Ответ: A = 55 008 руб., переплата 60 095,96 руб. (при дифференцированных платежах 58 500 руб.); ПСК без комиссии 18 %, с комиссией 19,94 % годовых, или 66 095,96 руб.

2.3 Задание 3. Оценка инвестиционного проекта

Условие. Проект требует вложений 1 000 000 руб. и в следующие четыре года даёт чистые денежные потоки 300 000, 400 000, 500 000 и 300 000 руб. (условные данные для примера). Ставка дисконтирования 12 %. Найти NPV, PI, IRR, простой и дисконтированный сроки окупаемости.

Решение. Дисконтируем потоки по множителю $1/1{,}12^{t}$ и накапливаем результат.

Таблица 2 – Расчёт дисконтированных денежных потоков, руб.

Год	Поток	Множитель	Дисконтированный поток	Накопленный итог
0	−1 000 000	1,0000	−1 000 000	−1 000 000
1	300 000	0,8929	267 857	−732 143
2	400 000	0,7972	318 878	−413 265
3	500 000	0,7118	355 890	−57 375
4	300 000	0,6355	190 655	133 280

Примечание – Данные проекта условные.

Сумма дисконтированных притоков 1 133 280 руб., отсюда NPV = 133 280 руб. > 0 и PI = 1 133 280/1 000 000 = 1,133. Проект выгоден при ставке 12 %.

IRR находим численно. При ставке 15 % NPV = 63 611 руб., при 20 % NPV = −38 194 руб. Корень лежит между ними. Линейная интерполяция даёт первое приближение:

$$IRR \approx 15 + \frac{63\,611}{63\,611 + 38\,194} \cdot (20 - 15) = 18{,}1\ \%.$$

Уточнение методом деления отрезка пополам даёт IRR = 18,03 %. Запас относительно ставки дисконтирования около 6 процентных пунктов.

Простой срок окупаемости. После двух лет вложения покрыты на 700 000 руб., остаток 300 000 руб. покрывается за 300/500 = 0,6 года третьего

года, итого 2,6 года. Дисконтированный срок окупаемости больше: после трёх лет непокрыто 57 375 руб., а дисконтированный поток четвёртого года 190 655 руб., значит, DPP = 3 + 57 375/190 655 ≈ 3,30 года.

Ответ: NPV = 133 280 руб.; PI = 1,133; IRR ≈ 18,0 %; PP = 2,6 года; DPP ≈ 3,3 года. Проект эффективен.

2.4 Задание 4. Учёт векселя

Условие. Вексель номиналом 200 000 руб. учтён в банке за 90 дней до срока погашения по учётной ставке 14 % годовых, временная база 360 дней. Найти дисконт банка, сумму, выплаченную владельцу векселя, и доходность операции для банка в виде эквивалентной простой процентной ставки.

Решение. По формуле банковского учёта дисконт и выплаченная сумма [1]:

$$D = S\,n\,d = 200\,000 \cdot \frac{90}{360} \cdot 0{,}14 = 7\,000 \text{ руб.},$$

$$P = S - D = 200\,000 - 7\,000 = 193\,000 \text{ руб.}$$

Банк вложил 193 000 руб. и через 90 дней получит 200 000 руб. Эквивалентная простая процентная ставка:

$$i = \frac{d}{1 - nd} = \frac{0{,}14}{1 - 0{,}25 \cdot 0{,}14} = 0{,}1451.$$

Проверка напрямую: доход 7 000 руб. на вложенные 193 000 руб. за четверть года составляет 3,627 %, в годовом исчислении по базе 360 дней 14,51 %. Доходность банка выше учётной ставки, потому что дисконт считается от номинала, а вложено меньше номинала.

Ответ: D = 7 000 руб.; P = 193 000 руб.; эквивалентная простая ставка 14,51 % годовых.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Четыркин, Е. М. Финансовая математика : учебник / Е. М. Четыркин. – 7-е изд., испр. – Москва : Дело, 2007. – 396, [1] с. – ISBN 978-5-7749-0474-7.

2. Кочетыгов, А. А. Финансовая математика : учебное пособие для студентов вузов / А. А. Кочетыгов. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2004. – 474, [2] с. – (Высшее образование). – ISBN 5-222-04102-6.

3. Инфляция за 2025 год стала самой низкой с 2020 года. – Текст : электронный // Банк России : официальный сайт. – 2026. – 21 января. – URL: https://www.cbr.ru/press/event/?id=28251 (дата обращения: 22.10.2026).

4. Fisher, I. The Theory of Interest / I. Fisher. – New York : Macmillan, 1930. – URL: https://www.econlib.org/library/YPDBooks/Fisher/fshToI.html (дата обращения: 22.10.2026).

5. О потребительском кредите (займе) : Федеральный закон от 21.12.2013 № 353-ФЗ. – URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_155986/ (дата обращения: 22.10.2026). – Текст : электронный.

6. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов : утверждены Минэкономики РФ, Минфином РФ, Госстроем РФ 21.06.1999 № ВК 477. – URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_28224/ (дата обращения: 22.10.2026). – Текст : электронный.

7. Ключевая ставка Банка России. – Текст : электронный // Банк России : официальный сайт. – URL: https://www.cbr.ru/hd_base/KeyRate/ (дата обращения: 22.10.2026).

8. Борисова, О. В. Инвестиции. Т. 1. Инвестиционный анализ : учебник и практикум для вузов / О. В. Борисова, Н. И. Малых, Л. В. Овешникова. – Москва : Юрайт, 2023. – 218 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-01718-2.

9. Брейли, Р. Принципы корпоративных финансов / Р. Брейли, С. Майерс. – 2-е изд. – Москва : Олимп-Бизнес, 2010. – 977 с. – ISBN 978-5-9693-0089-7.