МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
[Полное название вуза]

Механический факультет
Кафедра электротехники и электроэнергетики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

по дисциплине «Электротехника и электроника»

на тему: «Линейные цепи постоянного, однофазного и трёхфазного синусоидального тока»

Вариант 2

Направление подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

Выполнил(а): студент гр. ____

_____ / И. О. Фамилия

Проверил(а): _____

_____ / И. О. Фамилия

[Город] 2026

Пример работы, выполненной в Универ AI · univerai.ru

СОДЕРЖАНИЕ

1. Теоретическая часть.....3
1.1 Законы Кирхгофа и методы расчёта цепей постоянного тока.....3
1.2 Последовательная цепь R, L, C синусоидального тока.....4
1.3 Трёхфазные цепи: соединение звездой и треугольником.....6
2. Практическая часть.....8
2.1 Задание 1. Расчёт разветвлённой цепи постоянного тока.....8
2.2 Задание 2. Последовательная RLC-цепь.....9
2.3 Задание 3. Компенсация реактивной мощности.....10
2.4 Задание 4. Симметричная трёхфазная нагрузка.....11
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....12

1. Теоретическая часть

1.1 Законы Кирхгофа и методы расчёта цепей постоянного тока

Электрическая цепь состоит из ветвей, узлов и контуров. Ветвь — участок, по всем элементам которого течёт один и тот же ток [1]. Узел — точка, где сходятся не менее трёх ветвей. Контур — любой замкнутый путь по ветвям цепи. Задача расчёта обычно формулируется так: известны ЭДС источников и сопротивления, нужно найти токи во всех ветвях [2].

Для одного участка достаточно закона Ома: ток пропорционален напряжению и обратно пропорционален сопротивлению, I = U/R. Разветвлённую цепь законом Ома не рассчитать, нужны ещё два закона, которые сформулировал в середине XIX века Г. Кирхгоф [3].

Первый закон Кирхгофа выражает сохранение заряда: в узле заряд не накапливается, поэтому алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю. Токи, направленные к узлу, берут с одним знаком, от узла — с противоположным:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0. \tag{1}$$

Второй закон Кирхгофа следует из того, что электростатическое поле потенциально: при обходе замкнутого контура потенциал возвращается к исходному значению. Алгебраическая сумма падений напряжения на сопротивлениях контура равна алгебраической сумме ЭДС в нём:

$$\sum_{k} I_k R_k = \sum_{k} E_k. \tag{2}$$

Знак слагаемого определяется сравнением направления тока или ЭДС с выбранным направлением обхода. Если в цепи y узлов и b ветвей, то по первому закону составляют $y - 1$ независимых уравнений, по второму — $b - (y - 1)$. Вместе получается ровно b уравнений, по числу неизвестных токов.

Прямое применение законов Кирхгофа приводит к громоздкой системе уже для цепи из пяти-шести ветвей. Поэтому разработаны методы, сокращающие число уравнений [2; 4; 5]:

– метод контурных токов: неизвестными считают условные токи независимых контуров, число уравнений равно b − y + 1;

– метод узловых потенциалов: потенциал одного узла принимают равным нулю, неизвестными становятся потенциалы остальных y − 1 узлов;

– метод двух узлов — частный случай метода узловых потенциалов для цепи, все ветви которой подключены к одной паре узлов;

– метод наложения: ток в ветви находят как сумму токов, создаваемых каждым источником в отдельности (только для линейных цепей);

– метод эквивалентного генератора: удобен, когда нужен ток только в одной ветви, например в нагрузке.

Для цепи из параллельных ветвей между двумя узлами метод двух узлов даёт напряжение между узлами одной формулой:

$$U_{ab} = \frac{\sum E_k G_k}{\sum G_k}, \qquad G_k = \frac{1}{R_k}, \tag{3}$$

где G_k — проводимость k-й ветви, См; E_k — ЭДС в этой ветви (со знаком плюс, если она направлена к узлу a).

Результат любого метода проверяют двумя способами: подстановкой токов в уравнения Кирхгофа и балансом мощностей. Мощность, отдаваемая источниками, $\Sigma E_k I_k$, должна равняться мощности, рассеиваемой на сопротивлениях, $\Sigma I_k^2 R_k$. Если ток источника направлен против его ЭДС, слагаемое $E_k I_k$ отрицательно: источник работает в режиме потребителя, как аккумулятор на зарядке. Именно такой случай встречается в задании 2.1.

1.2 Последовательная цепь R, L, C синусоидального тока

В промышленных сетях России напряжение изменяется по синусоидальному закону с частотой 50 Гц. Стандартные номинальные

напряжения низковольтных сетей установлены ГОСТ 29322-2014: 230 В между фазой и нейтралью и 400 В между фазами [6]. На практике по традиции часто называют прежние значения 220/380 В, они и встречаются в учебных задачах.

Синусоидальный ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ характеризуют амплитудой, угловой частотой $\omega = 2\pi f$ и начальной фазой. Для расчётов используют действующее значение $I = I_m/\sqrt{2}$: именно его показывают амперметры и вольтметры переменного тока. Действующее значение синусоидального тока выделяет в резисторе столько же теплоты, сколько постоянный ток той же величины.

Три идеальных элемента ведут себя в такой цепи по-разному. В резисторе напряжение и ток совпадают по фазе. В катушке индуктивности напряжение опережает ток на 90°, а её сопротивление растёт с частотой. В конденсаторе напряжение отстаёт от тока на 90°, и сопротивление с ростом частоты падает [3]:

$$X_L = \omega L = 2\pi f L, \qquad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \tag{4}$$

При последовательном соединении R, L и C напряжения на катушке и конденсаторе находятся в противофазе и частично компенсируют друг друга. Полное сопротивление цепи и сдвиг фаз между напряжением и током определяются треугольником сопротивлений:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R}. \tag{5}$$

При $X_L > X_C$ цепь имеет индуктивный характер и ток отстаёт от напряжения, при $X_L < X_C$ — ёмкостный. Особый случай $X_L = X_C$ называют резонансом напряжений [1]. Полное сопротивление становится минимальным и равным R, ток максимален и совпадает по фазе с напряжением. Резонансная частота:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (6)$$

Напряжения на катушке и конденсаторе при резонансе могут во много раз превышать напряжение сети. Отношение UL/U при резонансе называют добротностью контура Q = √(L/C)/R. В радиотехнике это свойство полезно, им пользуются для выделения сигнала нужной частоты, а в силовых сетях резонанс опасен пробоем изоляции [2; 4].

Мощность в цепи переменного тока описывают три величины. Активная мощность P = UI cos φ, Вт, необратимо превращается в теплоту или механическую работу. Реактивная мощность Q = UI sin φ, вар [7], характеризует энергию, которая периодически запасается в магнитном поле катушек и электрическом поле конденсаторов, а затем возвращается в сеть. Полная мощность S = UI, В·А, определяет нагрузку на генераторы, трансформаторы и провода. Их связывает соотношение $S^2 = P^2 + Q^2$.

Коэффициент мощности cos φ = P/S [1] показывает, какая часть полной мощности совершает полезную работу. У асинхронных двигателей, сварочных трансформаторов, индукционных печей он невелик, и по проводам течёт лишний ток, который нагревает их, но работы не совершает. Для повышения cos φ параллельно нагрузке подключают батарею конденсаторов: она отдаёт реактивную мощность, которую раньше нагрузка брала из сети. Для сетей ниже 1 кВ приказ Минэнерго России № 380 ограничивает tg φ в часы пиковых нагрузок значением 0,35 [8]. Расчёт компенсации выполнен в задании 2.3.

1.3 Трёхфазные цепи: соединение звездой и треугольником

Трёхфазная система — это три синусоидальные ЭДС одной частоты и амплитуды, сдвинутые по фазе на 120°. Её разработал и внедрил в практику в конце XIX века М. О. Доливо-Добровольский. Трёхфазная система экономит провод по сравнению с тремя однофазными линиями и позволяет просто получить вращающееся магнитное поле для асинхронного двигателя [3].

Нагрузку подключают двумя способами. При соединении звездой концы фаз объединяют в нейтральную точку. Линейный ток равен фазному, а линейное напряжение больше фазного в √3 раз. При соединении треугольником фазы включают между линейными проводами, поэтому фазное напряжение равно линейному, а линейный ток при симметричной нагрузке в √3 раз больше фазного:

$$Y:\ U_л = \sqrt{3}\,U_ф,\ \ I_л = I_ф; \qquad \Delta:\ U_л = U_ф,\ \ I_л = \sqrt{3}\,I_ф. \tag{7}$$

где Y — соединение звездой; Δ — соединение треугольником; индексы «л» и «ф» обозначают линейные и фазные величины.

Активная мощность симметричной трёхфазной нагрузки при любой схеме соединения выражается через линейные величины одинаково:

$$P = \sqrt{3}\,U_л I_л \cos\varphi = 3\,I_ф^2 R_ф. \tag{8}$$

Из этих формул следует практический вывод. Если ту же нагрузку переключить со звезды на треугольник, напряжение на каждой фазе вырастет в √3 раз, а мощность — в три раза. На этом основан пуск асинхронных двигателей переключением «звезда — треугольник»: обмотки сначала включают звездой, чтобы снизить пусковой ток, а после разгона переводят на треугольник [9].

Нейтральный провод при соединении звездой нужен для несимметричной нагрузки, например для осветительной сети жилого дома, где фазы загружены неодинаково. Он выравнивает фазные напряжения. Если нейтраль оборвётся, напряжение на слабо загруженной фазе может подняться почти до линейного, и приборы в квартирах этой фазы выйдут из строя. Поэтому предохранители и выключатели в нейтральный провод не ставят [2].

2. Практическая часть

2.1 Задание 1. Расчёт разветвлённой цепи постоянного тока

Условие. Между узлами a и b включены три параллельные ветви. В первой ветви источник $E_1 = 24$ В последовательно с резистором $R_1 = 2$ Ом, во второй — источник $E_2 = 12$ В с резистором $R_2 = 3$ Ом, в третьей — нагрузка $R_3 = 6$ Ом. Обе ЭДС направлены к узлу a. Найти токи всех ветвей, проверить решение по законам Кирхгофа и составить баланс мощностей.

Решение. Цепь имеет два узла, поэтому удобен метод двух узлов, формула (3). Проводимости ветвей $G_1 = 0{,}5$ См, $G_2 = 0{,}333$ См, $G_3 = 0{,}167$ См:

$$U_{ab} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{24 \cdot 0{,}5 + 12 \cdot \frac{1}{3}}{0{,}5 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{16}{1} = 16 \text{ В}.$$

Токи ветвей по закону Ома для участка с ЭДС (положительное направление — к узлу a в ветвях с источниками, от a к b в нагрузке):

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = \frac{24 - 16}{2} = 4 \text{ А}, \qquad I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = -1{,}333 \text{ А}.$$

Ток нагрузки $I_3 = Uab/R_3 = 16/6 = 2{,}667$ А. Знак минус у I_2 означает, что ток во второй ветви течёт навстречу ЭДС E_2: более мощный первый источник заряжает второй.

Проверка по первому закону для узла a: $I_1 + I_2 - I_3 = 4 - 1{,}333 - 2{,}667 = 0$. По второму закону для контура из первой и третьей ветвей: $I_1R_1 + I_3R_3 = 8 + 16 = 24$ В $= E_1$, для контура из второй и третьей ветвей $I_2R_2 + I_3R_3 = -4 + 16 = 12$ В $= E_2$.

Баланс мощностей. Источники отдают $E_1I_1 + E_2I_2 = 96 - 16 = 80$ Вт. На резисторах выделяется $I_1^2R_1 + I_2^2R_2 + I_3^2R_3 = 32 + 5{,}33 + 42{,}67 = 80$ Вт. Баланс сходится. Заметим, что из 96 Вт, отданных первым источником, 16 Вт уходит на зарядку второго, а нагрузка получает лишь 42,67 Вт.

Ответ: Uab = 16 В; $I_1 = 4$ А; $I_2 = -1{,}33$ А (источник E_2 работает в режиме потребителя); $I_3 = 2{,}67$ А; мощность 80 Вт.

2.2 Задание 2. Последовательная RLC-цепь

Условие. К сети U = 220 В, f = 50 Гц подключены последовательно резистор R = 30 Ом, катушка L = 0,2 Гн и конденсатор C = 80 мкФ. Найти реактивные и полное сопротивления, ток, коэффициент мощности, напряжения на элементах, мощности P, Q, S. Определить резонансную частоту цепи и ток при резонансе.

Решение. Угловая частота ω = 2π · 50 = 314,16 рад/с. По формуле (4):

$$X_L = \omega L = 314{,}16 \cdot 0{,}2 = 62{,}83 \text{ Ом},$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314{,}16 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} = 39{,}79 \text{ Ом}.$$

Реактивное сопротивление X = XL − XC = 23,04 Ом, цепь имеет индуктивный характер. По формуле (5):

$$Z = \sqrt{30^2 + 23{,}04^2} = 37{,}83 \text{ Ом}, \qquad I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{37{,}83} = 5{,}82 \text{ А}.$$

Коэффициент мощности cos φ = R/Z = 0,793, угол φ = 37,5°, ток отстаёт от напряжения. Напряжения на элементах: UR = IR = 174,5 В, UL = IXL = 365,4 В, UC = IXC = 231,4 В. Напряжение на катушке больше напряжения сети. Ошибки здесь нет: UL и UC противоположны по фазе, и сеть «видит» только их разность 134,0 В. Проверка: √(174,5² + 134,0²) = 220 В.

Мощности: P = I²R = 1014,7 Вт, Q = I²X = 779,4 вар, S = UI = 1279,5 В·А. Проверка: √(1014,7² + 779,4²) = 1279,5.

Резонансная частота по формуле (6):

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0{,}2 \cdot 80 \cdot 10^{-6}}} = 39{,}79 \text{ Гц}.$$

При резонансе Z = R = 30 Ом и ток I_0 = 220/30 = 7,33 А. Реактивные сопротивления равны по 50 Ом, напряжение на катушке и конденсаторе UL0 = 7,33 · 50 = 366,7 В. Добротность контура Q = √(L/C)/R = 50/30 = 1,67.

Чтобы резонанс наступил при 50 Гц, ёмкость нужно уменьшить до C = 1/(ω²L) = 50,7 мкФ.

Ответ: XL = 62,83 Ом; XC = 39,79 Ом; Z = 37,83 Ом; I = 5,82 А; cos φ = 0,793; UR = 174,5 В, UL = 365,4 В, UC = 231,4 В; P = 1015 Вт, Q = 779 вар, S = 1279,5 В·А; f_0 = 39,8 Гц, I_0 = 7,33 А.

2.3 Задание 3. Компенсация реактивной мощности

Условие. Однофазная нагрузка мастерской потребляет из сети 230 В, 50 Гц активную мощность P = 10 кВт при cos φ_1 = 0,7. Найти ёмкость конденсаторной батареи, которую нужно включить параллельно нагрузке, чтобы повысить коэффициент мощности до cos φ_2 = 0,95. На сколько при этом уменьшится ток в питающей линии?

Решение. Активная мощность при подключении конденсаторов не меняется, уменьшается только реактивная мощность, получаемая из сети. Тангенсы углов: tg φ_1 = 1,0202, tg φ_2 = 0,3287. Мощность батареи и её ёмкость [2]:

$$Q_C = P(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2) = 10\,000 \cdot (1{,}0202 - 0{,}3287) = 6915 \text{ вар},$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega U^2} = \frac{6915}{314{,}16 \cdot 230^2} = 416 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 416 \text{ мкФ}.$$

Реактивная мощность нагрузки до компенсации $Q_1 = P \cdot \operatorname{tg}\varphi_1$ = 10,20 квар, после компенсации из сети потребляется Q_2 = 3,29 квар. Полная мощность снизилась с 14,29 до 10,53 кВ·А. Ток в линии:

$$I_1 = \frac{P}{U\cos\varphi_1} = \frac{10\,000}{230 \cdot 0{,}7} = 62{,}1 \text{ А}, \qquad I_2 = \frac{10\,000}{230 \cdot 0{,}95} = 45{,}8 \text{ А}.$$

Ток уменьшился на 16,3 А, или на 26,3 %. Потери в проводах пропорциональны квадрату тока, поэтому они сократились почти вдвое: (45,8/62,1)² = 0,54.

Ответ: QC = 6,92 квар; C ≈ 416 мкФ; ток в линии снизится с 62,1 до 45,8 А (на 26,3 %).

2.4 Задание 4. Симметричная трёхфазная нагрузка

Условие. Симметричная трёхфазная нагрузка с сопротивлением фазы Zф = 8 + j6 Ом (Rф = 8 Ом, Xф = 6 Ом) питается от сети с линейным напряжением 400 В. Найти фазные и линейные токи, активную, реактивную и полную мощности при соединении нагрузки звездой и треугольником.

Решение. Модуль сопротивления фазы zф = √(8² + 6²) = 10 Ом, cos φ = 8/10 = 0,8.

Соединение звездой. Фазное напряжение по формуле (7) Uф = 400/√3 = 230,9 В, фазный и линейный токи Iф = Iл = 230,9/10 = 23,09 А. Мощности по формуле (8):

$$P = 3 \cdot 23{,}09^2 \cdot 8 = 12\,800 \text{ Вт}, \qquad Q = 3 \cdot 23{,}09^2 \cdot 6 = 9600 \text{ вар},$$

полная мощность S = 3 · 230,9 · 23,09 = 16 000 В·А.

Проверка через линейные величины: √3 · 400 · 23,09 · 0,8 = 12 800 Вт.

Соединение треугольником. Каждая фаза находится под линейным напряжением 400 В, фазный ток Iф = 400/10 = 40 А, линейный Iл = √3 · 40 = 69,28 А. Активная мощность:

$$P_\Delta = 3 \cdot 40^2 \cdot 8 = 38\,400 \text{ Вт} = 3P_Y.$$

Реактивная мощность треугольника Q = 3 · 40² · 6 = 28 800 вар, полная S = 48 000 В·А. При переключении со звезды на треугольник линейный ток вырос в 69,28/23,09 = 3 раза, мощность тоже в три раза. Отсюда и пусковой приём из раздела 1.3: в схеме звезды пусковой ток двигателя втрое меньше.

Ответ: звезда — Iф = Iл = 23,1 А, P = 12,8 кВт, Q = 9,6 квар, S = 16 кВ·А; треугольник — Iф = 40 А, Iл = 69,3 А, P = 38,4 кВт, Q = 28,8 квар, S = 48 кВ·А.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. ГОСТ Р 52002-2003. Электротехника. Термины и определения основных понятий : государственный стандарт Российской Федерации : принят и введён в действие постановлением Госстандарта России от 09.01.2003 № 3-ст : дата введения 2003-07-01. – URL: https://meganorm.ru/Data1/40/40506/index.htm (дата обращения: 22.10.2026). – Текст : электронный.

2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для студентов вузов / Л. А. Бессонов. – 11-е изд., испр. и доп. – Москва : Гардарики, 2006. – 701 с. – ISBN 5-8297-0159-6.

3. Касаткин, А. С. Электротехника : учебник для студентов неэлектротехнических специальностей вузов / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – 12-е изд., стер. – Москва : Академия, 2008. – 538, [1] с. – (Высшее профессиональное образование). – ISBN 978-5-7695-5772-9.

4. Улахович, Д. А. Основы теории линейных электрических цепей : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов 210400 «Телекоммуникации» / Д. А. Улахович. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2009. – 796 с. : ил., табл. – (Учебная литература для вузов). – ISBN 978-5-9775-0083-8.

5. Коровкин, Н. В. Теоретические основы электротехники : сборник задач : учебное пособие для студентов вузов / Н. В. Коровкин, Е. Е. Селина, В. Л. Чечурин. – Москва [и др.] : Питер, 2004. – 511 с. : ил. – (Учебное пособие). – ISBN 5-94723-516-1.

6. ГОСТ 29322-2014 (IEC 60038:2009). Напряжения стандартные : межгосударственный стандарт : введён в действие в качестве национального стандарта Российской Федерации приказом Росстандарта № 1745-ст. – Текст : непосредственный.

7. ГОСТ 8.417-2002. Государственная система обеспечения единства измерений. Единицы величин : межгосударственный стандарт : введён в

действие в качестве государственного стандарта Российской Федерации постановлением Госстандарта России от 04.02.2003 № 38-ст : дата введения 2003-09-01. – URL: https://meganorm.ru/Data1/11/11594/index.htm (дата обращения: 22.10.2026). – Текст : электронный.

8. О Порядке расчета значений соотношения потребления активной и реактивной мощности для отдельных энергопринимающих устройств (групп энергопринимающих устройств) потребителей электрической энергии : приказ Министерства энергетики Российской Федерации от 23.06.2015 № 380 : зарегистрирован в Минюсте России 22.07.2015 № 38151. – URL: https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293762/4293762300.htm (дата обращения: 22.10.2026). – Текст : электронный.

9. Немцов, М. В. Электротехника и электроника : учебник / М. В. Немцов, М. Л. Немцова. – 7-е изд., испр. – Москва : Академия, 2014. – 478, [1] с. : ил., табл. – (Профессиональное образование. Общепрофессиональные дисциплины). – ISBN 978-5-4468-1104-5.